Задание 1

Решить задачи линейного программирования графическим методом

(1) $L(\bar{x}) = -5x_1 - x_2 \to \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 6, \\ -x_1 - x_2 \le 2, \\ -3x_1 + 2x_2 \le 3, \\ x_1 - x_2 \le 5, \end{cases}$$

$x_{1,2} \ge 0.$

(2) $L(\bar{x}) = 5x_1 - x_2 \to \max,$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 3, \\ 4x_1 + 5x_2 \le 51, \\ 2x_1 - 5x_2 \le 3, \\ x_1 + x_2 \ge 5, \end{cases}$$

$x_{1,2} \ge 0.$

Задание 2

Решить задачи линейного программирования симплексным методом

(1) $L(x) = x_1 + 8x_2 + 10x_3 \to \max$

$$x_1 + x_2 + 4x_3 = 2,$$
$$x_1 - x_2 + 2x_3 = 0,$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0,$$

(2) $L(x) = -x_1 + 3x_2 \to \min$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \ge 7,$$
$$x_1 - 2x_2 - x_3 \le 3,$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0,$$

Задание 3

Сформулируйте двойственную задачу и найдите симплексным методом решения взаимнодвойственных задач

(1) $L(\bar{x}) = 6x_1 + 2x_2 - x_3 \to \max,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \le 40, \\ 3x_1 + 2x_3 \le 60, \\ x_1 + 4x_2 \le 30, \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}.$$

(2) $L(x) = x_1 - 3x_2 - 5x_3 - x_4 \to \max$

$$x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 5,$$
$$x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 9,$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0,$$

Задание 4

Решить следующие транспортные задачи.

1. Произвести транспортировку однородного груза с трех складов с объемом хранения 100, 200, 200 т соответственно пяти оптовым рынкам с потребностями 80, 70, 100, 150, 100 т соответственно. Стоимость транспортных расходов задана матрицей

$$\begin{pmatrix} 10 & 3 & 7 & 8 & 1 \\ 3 & 9 & 8 & 5+2\lambda & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 4-\lambda \end{pmatrix},$$

Причем стоимость перевозки груза со второго склада на четвертый рынок и с третьего склада на пятый рынок изменяется в некотором диапазоне $0 \leq \lambda \leq 2$.

Определить план перевозок, обеспечивающий минимальные транспортные расходы в заданном диапазоне изменения параметра λ.

2. Имеются четыре поставщика однородного груза с объемами поставок 100, 70, 70, 20 т и три потребителя с объемами потребления 120, 80, 60 т. Стоимость транспортных расхдов задана матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 5 & 5 & 6 \\ 4 & 7 & 3 \\ 6 & 8 & 1+\lambda \end{pmatrix},$$

Причем стоимость перевозки груза от четвертого поставщика до третьего потребителя изменяется в диапазоне $0 \leq \lambda \leq 9$.

Определить оптимальный план перевозок, обеспечивающий минимальные транспортные расходы.

Задание 5

Решить задачи целочисленного программирования:

а) методом ветвей и границ;

б) методом Гомори.

1. $f(\bar{x}) = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ x_1 + 6x_2 \leq 12, \\ 0 \leq x_1 \leq 5, \\ 0 \leq x_2 \leq 4, \end{cases}$$

$x_{1,2}$ – целые

2. $f(\bar{x}) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 \leq 21, \\ x_1 + x_2 \leq 4, \\ 0 \leq x_1 \leq 4, \\ 0 \leq x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$x_{1,2}$ – целые

Задание 6

Решить следующие задачи параметрического программирования:

1. $L(\bar{x}) = -\lambda x_1 - x_2 \to \min$,

$1 \le \lambda \le 11$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 6, \\ -x_1 - x_2 \le 2, \\ -3x_1 + 2x_2 \le 3, \\ x_1 - x_2 \le 5, \end{cases}$$

$x_{1,2} \ge 0$.

2. $L(\bar{x}) = 5x_1 + (2 - 3\lambda)x_2 \to \max$,

$0 \le \lambda \le 10$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 3, \\ 4x_1 + 5x_2 \le 51, \\ 2x_1 - 5x_2 \le 3, \\ x_1 + x_2 \ge 5, \end{cases}$$

$x_{1,2} \ge 0$.

Задание 7

Используя метод Лагранжа, определить стационарные точки в следующих задачах на условный экстремум:

(1) $z = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$

$x_1 + x_2 + x_3 \le 12$,

$x_i \ge 0$,

$i = \overline{1,3}$.

(2) $z = x_1 x_2 x_3$

$x_1 + x_2 + x_3 \le 12$,

$x_i \ge 0$,

$i = \overline{1,3}$.

(3) $z = x_1 - 2x_2 + 2x_3$

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 9$

г) $z = x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$

$3x_1^2 + 6x_2^2 + 2x_3^2 \le 1$

Задание 8

1. Решить градиентным методом, начиная итерационный процесс с точки X^0 и сопровождая по возможности решение графической иллюстрацией:

(1) $z = 20x_1 + 16x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 \to \max$

$x_1 + 2x_2 \le 16$,

$5x_1 + 2x_2 \le 40$,

$x_1 \ge 0$,

$x_2 \ge 0$,

$X^0 = (2,3)$
(2) $z = 18x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_2^2 \to max$
$x_1 + 2x_2 \le 16,$
$5x_1 + 2x_2 \le 40,$
$x_1 \ge 0,$
$x_2 \ge 0,$
$X^0 = (2,4)$

Задание 9

1. $f = \frac{3x_1+4x_2}{x_1+2x_2+1} \to max$
$2x_1 + x_2 \le 16,$
$x_1 + 2x_2 \le 10,$
$0 \le x_2 \le 6,$
$0 \le x_1 \le 7,$
2. $f = \frac{2x_1-x_2}{x_1+2x_2+1} \to max$
$2x_1 + x_2 + x_4 = 6,$
$x_1 - 2x_2 + x_3 = 2,$
$x_i \ge 0,\ i = \overline{1,4}$

Задание 10

Решить задачи методом штрафных функций

(1) $f(x) = x_1^2 + x_2^2 \to min$
$x_1 + x_2 - 8 = 0$

(2) $f(x) = x_1^2 + 6x_1 - 2x_2 + 1$
$x_1^2 + x_2 - 4 = 0$

Задание 11

Решить задачи методом возможных направлений

(1) $f(x) = x_1^2 + x_2^2 \to min$
$x_1 + x_2 - 8 = 0$

(2) $f(x) = x_1^2 + 6x_1 - 2x_2 + 1$
$x_1^2 + x_2 - 4 = 0$

Задание 12

Решить двухкритериальную задачу:

$$\begin{matrix} f_1(x) = (c^1, x) \to \max \\ f_2(x) = (c^2, x) \to \max \end{matrix};$$

при ограничениях $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \le 6a, \\ b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 \le 3a, \\ d_1 x_1 + d_2 x_2 + d_3 x_3 \le 2a, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$

Варианты исходных данных :

- векторы $c^1, c^2 \Rightarrow$ 1) $c^1 = (1,2,1),\ c^2 = (2,1,-1)$;

2) $c^1 = (1,3,1),\ c^2 = (3,1,-1)$;

3) $c^1 = (-1,2,1),\ c^2 = (3,1,1)$;

4) $c^1 = (1,1,3),\ c^2 = (3,2,1)$;

- параметр a $\Rightarrow$ 1) a=1; 2) a=2 ; 3) a=3 ; 4) a=4;
- значения коэффициентов взять из таблицы 1

Таблица 1

№	b_1, b_2, b_3	d_1, d_2, d_3
1	1 , 1 , 0	1 , 0 , 0
2	1 , 1 , 0	0 , 1 , 0
3	1 , 0 , 1	1 , 0 , 0

Задание 13

Задача 1

Таблица содержит данные, иллюстрирующие задачу выбора места для первой государственной клиники лечения СПИД в Москве. Первый, наиболее важный критерий для выбора места – доступность клиники для пациентов. Следующий по важности критерий – размер арендной платы. Наиболее предпочтителен выбор нового Городского центра, так как помещение для клиники выделяется здесь бесплатно. Следующим важным критерием является необходимость обеспечить конфиденциальность пациентов, а следовательно, определенную конспиративность клиники. Наконец, следующее по важности требование – обеспечение удобства персонала с точки зрения парковки автомобилей и т.д.

Таблица 2

Факторы	Веса факторов	Парковая зона	Городской центр	Район автостанции
Доступность для пациентов	5	9	7	7
Арендная плата	3	6	10	3
Конспиративность	3	5	2	7
Удобство персонала	2	3	6	2

1. Следует ли размещать клинику в районе автостанции?
2. Чему равна взвешенная оценка для парковой зоны?

Задача 2

Корпорация "НУ-и-НУ" со штаб-квартирой в Черноморске должна сделать выбор между тремя городами для размещения своего нового операционного центра. Фирма выбрала шесть факторов, наиболее существенных для развития центра, и провела экспертную оценку весов для каждого из этих факторов.

Таблица 3

Номер	Фактор	Вес
1	Близость к порту	5
2	Доступность ресурсов и цены	3
3	Доступность и стоимость рабочей силы	4
4	Расстояние до Черноморска	2
5	Возможность общения	2
6	Предложение оборудования	3

Менеджер провел оценку пунктов по каждому фактору по 100-бальной шкале.

Таблица 4

Номер фактора	Пункт А	Пункт В	Пункт С
1	100	80	80
2	80	70	100
3	30	60	70
4	10	80	60
5	90	60	80
6	50	60	90

1. Следует ли размещать центр в пункте С?
2. Чему равна взвешенная оценка для пункта В?

Задание 14

(1) Матрица А в матричной игре имеет вид

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & x & 3 \\ y & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Установить, при каких x и y в матрице есть седловые точки

(2) Графоаналитическим методом найти цену и седловую точку матричной игры, заданную матрицей выигрышей первого игрока.

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 & 6 \\ -2 & -1 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

Задание 15

Решить матричную игру, используя:

а) симплекс – метод;

б) метод Брауна

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариационное исчисление

Задание 1

Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с.

Задачи1, 6 стр.387

Задача 1 стр.435

https://reader.lanbook.com/book/67460?lms=ZDdvUjJUbENOUU44Rk91K2tsb1ZROEFic2l0OVF0aVY1cDB2a1cyT05xUDZUaXNIL2RNeC91bHB3STkvRjJCZ09IK3FWWHE2aUkwUWUxVWIzVzZqb3lpakg4c1drMTNsZXZOcEpNejNNNGRGUWVSbmZzeG9xMGgxcGhXd1JORllHdkRDazg0OXhRQ1pQNVN6cFdxZWY0Unl2WHo5aUU2eUxySVRlWXVGVmF6MDRNU0tWblhoSnpGSldtcGUrcnE5NXdRYXNEZlNxVlNOT0ZkelZhajdWNlRGUW9ldDNNU2NwTTBSQUZLcGZETDd3VkNUL2FYSjJRamM%3D#387

Задание 2

Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с.

Задачи1, 3 стр.475

https://reader.lanbook.com/book/67460?lms=ZDdvUjJUbENOUU44Rk91K2tsb1ZROEFic2l0OVF0ZVY1cDB2a1cyT05xUDZUaXNIL2RNeC91bHB3STkvRjJCZ09IK3FWWHE2aUkwUWUxVWIzVzZqb3lpakg4c1drMTNsZXZOcEpNejNNNGRGUWVSbmZzeG9xMGgxcGhXd1JORllHdkRDazg0OXhRQ1pQNVN6cFdxZWY0Unl2WHo5aUU2eUxySVRlWXVGVmF6MDRNU0tWblhoSnpGSldtcGUrcnE5NXdRYXNEZlNxVlNOT0ZkelZhajdWNlRGUW9ldDNNU2NwTTBSQUZLcGZETDd3VkNUL2FMRzJ3amM%3D#475

Задание 3

Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с.

Задачи1, 3 стр.485

https://reader.lanbook.com/book/67460?lms=ZDdvUjJUbENOUU44Rk91K2tsb1ZROEFic2l0OVE5eVY1cDB2a1cyT05xUDZUaXNIL2RNeC91bHB3STkvRjJCZ09IK3FWWHE2aUkwUWUxVWIzVzZqb3lpakg4c1drMTNsZXZOcEpNejNNNGRGUWVSbmZzeG9xMGgxcGhXd1JORllHdkRDazg0OXhRQ1pQNVN6cFdxZWY0Unl2WHo5aUU2eUxySVRlWXVGVmF6MDRNU0tWblhoSnpGSldtcGUrc

nE5NXdRYXNEZlNxVlNOT0ZkelZhajdWNlRGUW9ldDNNU2NwTTBSQUZLcGZETDd3VkNUL2FMSjJ3amM%3D#485

Динамическое программирование

Задание 4

Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будак, Л. А. Артемьева ; под редакцией Ф. П. Васильева. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 375 с. — (Высшее образование).

Задача 6.6. стр.347

https://urait.ru/viewer/metody-optimizacii-450435#page/346

Задание 5

Горлач, Б. А. Исследование операций : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с.

Задачи 1,2 стр.267

https://reader.lanbook.com/book/4865?lms=ZDdvUjJUbENOUU44Rk91K2tsb1ZROEFic2l0OVF0MlY1cDB2a1cyT05xUDZUaXNIL2RNeC91bHB3STkvRjJCZ09IK3FWWHE2aUkwUWUxVWIzVzZqb3lpakg4c1drMTNrZXZOcks4NzBJWjROQ085bGQ5UXVvRVJqdmgyN1h2cHpGL25YMU5kMWpBNlhKOVMrcFc3WFpzdzd2MzdseGsrc0Fwa2VjSjdDVE9TOTZNeVNIV3l6UG5rQVVXOVE0dXU3OEJVS29Telpya09nT0c1K0hMR3pIcXpOV3BlcXk5M1U3Y01mR0FDNGVqQzgyQUxBOWFESjFVND0%3D#268

Имитационное моделирование

Задание 6

Савёлова, Т. И. Метод Монте-Карло : учебное пособие / Т. И. Савёлова. — Москва : НИЯУ МИФИ, 2011. — 152 с.

Задание 3. Задачи 2,4 стр.82

https://reader.lanbook.com/book/75835?lms=ZDdvUjJUbENOUU44Rk91K2tsb1ZROEFic2l0OVE5YVY1cDB2a1cyT05xUDZUaXNIL2RNeC91bHB3STkvRjJCZ09IK3FWWHE2aUkwUWUxVWIzVzZqb3lpakg4c1drMTNsZXZOb0pzRHlOb2RGUWVSbmZzeG9xMGgxcGhXd1JORllHdkRDazg0OXhRQ1pQNVN6cFdxZWY0Unl2WHo5aUU2eUxySVRlWXVGVmF6MDRNU0tWblhoSnpGSldtcGUrcnE5NXdRYXNEZlNxVlNOT0ZkelZhajdWNlRGUW9ldDNNU2NwTTBSQUZLcGZETDd3VkNUL2E3RDFVND0%3D#82

Задание 7

Горлач, Б. А. Исследование операций : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с.

Задачи 1,3 стр.367

https://reader.lanbook.com/book/4865?lms=ZDdvUjJUbENOUU44Rk91K2tsb1ZROEFic2l0OVROK1Y1cDB2a1cyT05xUDZUaXNIL2RNeC91bHB3STkvRjJCZ09IK3FWWHE2aUkwUWUxVWIzVzZqb3lpakg4c1drMTNrZXZOcks4NzBJWjROQ085bGQ5UXVvRVJqdmgyN1h2cHpGL25YMU5kMWpBNlhKOVMrcFc3WFpzdzd2MzdseGsrc0Fwa2VjSjdDVE9TOTZNeVNIV3l6UG5rQVVXOVE0dXU3OEJVS29Telpya09nT0c1K0hMR3pIcXpOV3BlcXk5M1U3Y01mR0FDNGVqQzgyQUxBOUtERzFVND0%3D#367