Вариант 1

1. Найти экстремали функционала

$$I[x(t)] = \int_0^1 [6t^2\dot{x}(t) + \dot{x}^2(t)]dt,$$

$$x(0) = 0, x(1) = -1$$

2. Найти экстремали функционала

$$I[x_1(t), x_2(t)] = \int_0^1 [\dot{x_1}^2(t) + x_2^2(t)]dt,$$

$$x_1(0) = x_2(1) = 0, \qquad x_2(0) = x_1(1) = 1,$$

$$\dot{x}_1 - x_2 = 0$$

3. Найти экстремали функционала

$$I[x(t)] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\dot{x}^2(t) - x^2(t)]dt,\ x(0) = 1,\ x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

4. Найти первую вариацию функционала

$$I[x(t)] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\dot{x}^2(t) - x^2(t)]dt,\ x(0) = 1,\ x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Вариант 2

1. Найти экстремали функционала

$$I[x(t)] = \int_0^{\frac{3\pi}{2}} [x^2(t) - 2\dot{x}^2(t)]e^{-t}dt,$$

$$x(0) = 0, x\left(\frac{3\pi}{2}\right) = e^{\frac{3\pi}{4}}$$

2. Найти экстремали функционала

$$I[x_1(t), x_2(t)] = \int_0^1 [\sqrt{\dot{x_1}^2(t) + \dot{x}_2^2(t)}]dt,$$

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 2, x_1(1) = 2, x_2(1) = 1,$$

$$2x_1 - x_2 - 3t = 0$$

3. Исследовать на экстремум функционал

$$I[x(t)] = \int_0^1 [xt + x^2 - 2x^2\dot{x}(t)]dt,$$
$$x(0) = 1; (1) = 2$$

4. Найти экстремали функционала

$$I[x(t)] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\dot{x}t + \dot{x}^2\right]dt$$